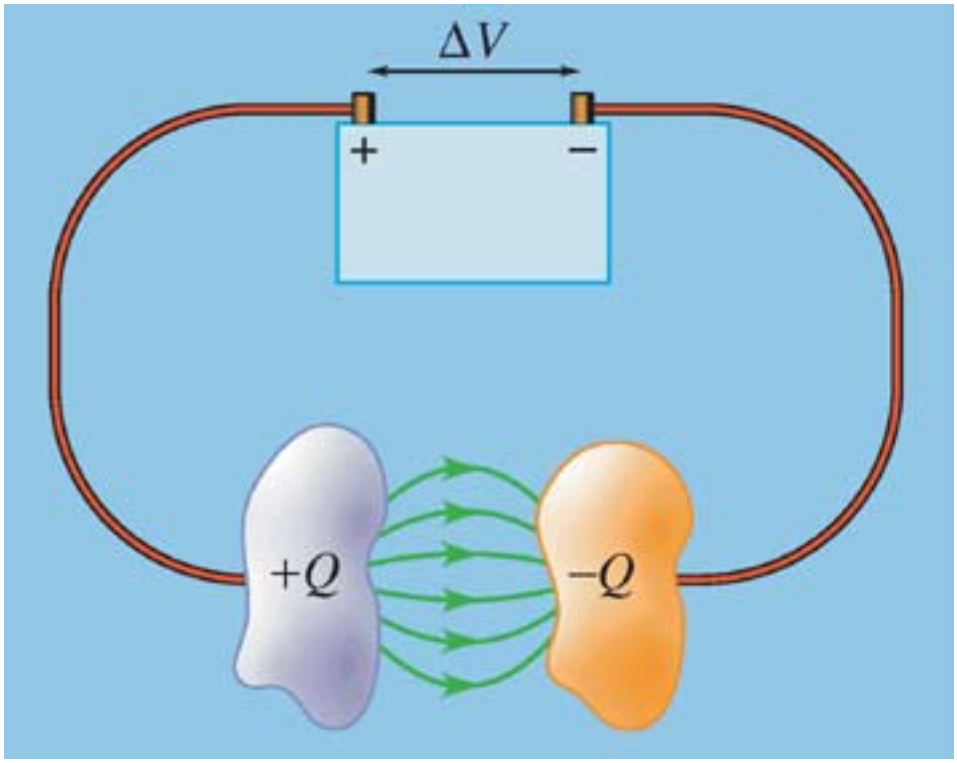
MODULE 6

LES CONDENSATEURS



Représentation d'un condensateur branché à une pile

6.1 CONDENSATEURS

Un condensateur est composé de deux conducteurs (que l'on appelle bornes ou armatures) séparés par un isolant (comme de l'air ou du papier par exemple) (nous verrons son rôle au module 6.2). On peut accumuler des charges sur chacune de ces armatures en les reliant à une pile.

La pile permet en fait de faire passer les charges d'une armature à l'autre. À la figure 6.1, les électrons libres du conducteur de gauche (initialement neutre) sont attirés par la borne positive de la pile, créant ainsi un manque dans le conducteur qui devient de plus en plus grand au fur et à mesure que les électrons quitte le conducteur. Ce processus se produit jusqu'à ce que la charge maximale (+Q) permise par le condensateur soit atteinte (nous verrons ce processus plus en détail au module 6.4). À la borne négative de la pile, le même processus se produit, mais ici, les électrons fuient la borne négative de la pile pour s'accumuler dans l'armature droite (-Q).

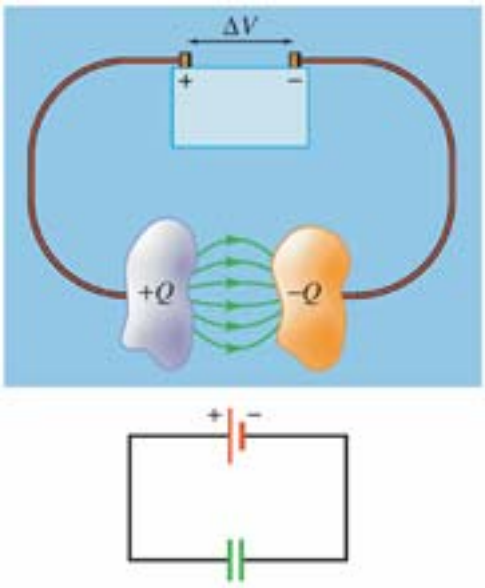


Figure 6.1 Représentation d'un condensateur dans un circuit de charge.

Une fois la charge maximale atteinte, on peut retirer la pile en conservant le condensateur chargé, puisque les charges présentes sur les armatures s'attirent mutuellement. Par ce processus, nous avons mis en réserve une certaine quantité de charges électriques qui pourront être utilisées au moment souhaité.

Le condensateur est donc un dispositif servant à accumuler des charges. Son utilisation est très répandue de nos jours, puisqu'on le retrouve dans tous les appareils électroniques. Il peut servir entre autres de filtre de fréquences (passe-haut, passe-bas, passe-bande) (voir module 6.4 sur les circuits RC), et à lisser le courant dans un bloc d'alimentation (transformation du courant alternatif (module 9) en courant continu).

Ils existent sous plusieurs formes (plan, sphérique, cylindrique, variable, etc…) et grosseurs. De plus, il n'y a pas de lien direct entre la grosseur physique du condensateur (bien que la dimension des armatures joue un rôle important) et la charge maximale qu'il peut accumuler. Cela dépend plutôt de sa construction (enroulé ou non, nature de l'isolant utilisé, etc…), dont les paramètres sont tenus en compte dans ce que l'on appelle la capacité du condensateur.

A) Capacité : La capacité d'un condensateur constitue une mesure de son aptitude à accumuler des charges. Elle est toujours positive et constante pour un condensateur donné.

$$C = Q / \Delta V \qquad \textbf{Capacité (6.1)}$$

où : C = capacité (F) (farad)
Q = charge emmagasinée sur chaque armature du condensateur (C) (coulomb)
ΔV = différence de potentiel électrique entre les armatures (V) (volt)

On remarque que pour un condensateur donné, plus on voudra accumuler des charges, plus il faudra soumettre le condensateur à une différence de potentiel élevée (tout en restant à l'intérieur des limites permises par le fabriquant, afin de ne pas produire de claquage (voir module 6.2 B)). Puisque C est constant, si ΔV augmente, alors Q augmente aussi pour conserver l'égalité.

La capacité d'un condensateur dépend de la géométrie des armatures (dimensions, forme et position relative) et de la nature de l'isolant compris entre les armatures, comme nous pourrons le voir dans les prochaines sous-sections (B, C, D).

B) Condensateur plan

Un condensateur plan est composé de deux armatures planes parallèles séparées d'une certaine distance. Puisque ces armatures sont conductrices, les charges s'accumulent sur la surface intérieure de celles-ci (voir figure 6.2), créant ainsi un champ électrique constant $E = \sigma/\varepsilon_o$ entre les armatures. On se rappelle que le champ électrique à la surface d'une plaque conductrice peut être déterminé à partir du théorème de Gauss (voir exemple 3.7 du Benson).

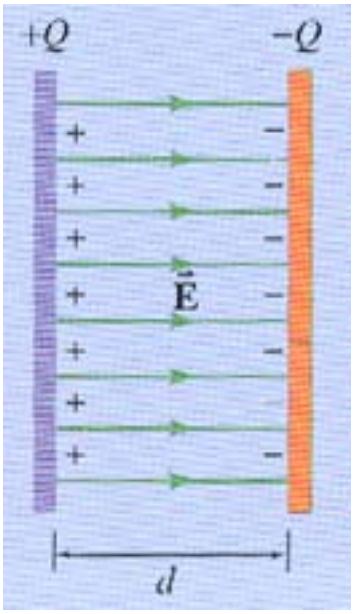


Figure 6.2 Représentation d'un condensateur plan.

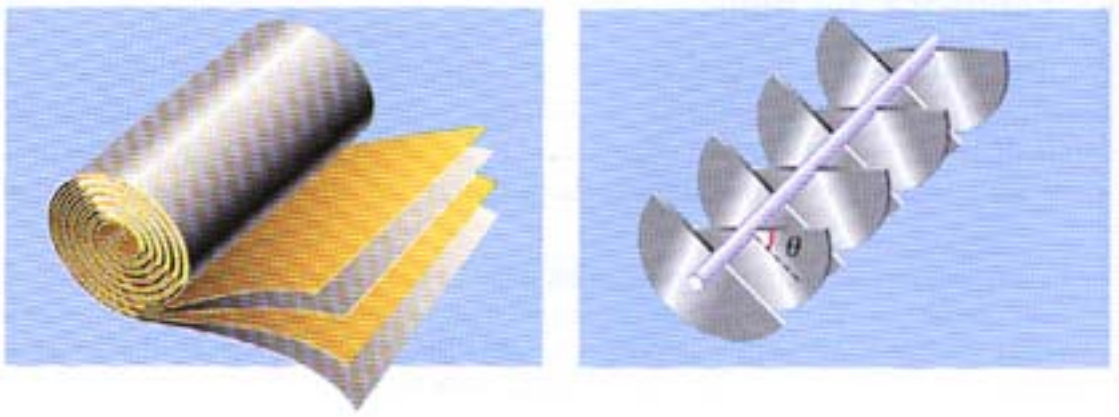


Figure 6.3 Condensateur plan enroulé et condensateur plan à section variable.

$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$ Donne la différence de potentiel entre deux points d'un champ quelconque.

$\Delta V = \pm E\, d$ Pour E constant (cas du condensateur plan) et en intégrant.

$\Delta V = \pm (\sigma/\varepsilon_o)\, d$ d étant positif dans le sens de E.

$C = Q/\Delta V$

$C = \sigma A / ((\sigma/\varepsilon_o)\, d)$ On prend ici la valeur absolue de ΔV, puisque C ne peut être négatif.

$C = \varepsilon_o A / d$

$C = \varepsilon_o A / d$ **Capacité d'un condensateur plan (6.2)**

où : C = capacité (F) (farad)

$\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$

A = aire d'une des armatures (m^2)

d = distance entre les armatures (m)

C) Condensateur sphérique

Puisqu'il s'agit du même principe appliqué que pour le condensateur plan, je vous invite à consulter l'exemple 5.4 du Benson, afin de déterminer l'équation donnant la capacité d'un condensateur sphérique.

D) Condensateur cylindrique

Puisqu'il s'agit du même principe appliqué que pour le condensateur plan, je vous invite à consulter l'exemple 5.5 du Benson, afin de déterminer l'équation donnant la capacité d'un condensateur cylindrique.

E) Énergie emmagasinée dans un condensateur

Si vous avez deux des trois paramètres de l'équation 6.1 donnant la capacité d'un condensateur, vous pouvez facilement déterminer l'énergie potentielle électrique qui y est emmagasinée. Vous pouvez lire le chapitre 5.3 du Benson si vous souhaitez connaître la provenance de ces équations.

$U_E = ½ Q^2 / C = ½ Q \Delta V = ½ C \Delta V^2$ **Énergie emmagasinée dans un condensateur (6.3)**

où : U_E = énergie potentielle électrique emmagasinée dans un condensateur (J) (joule)
Q = charge emmagasinée sur chaque armature du condensateur (C) (coulomb)
C = capacité (F) (farad)
ΔV = différence de potentiel électrique entre les armatures (V) (volt)

F) Tableau récapitulatif des équations

Type de condensateurs	**Capacité**
Tous	$C = Q/\Delta V$
Plan	$C = \varepsilon_o A / d$
Sphérique	$C = R_1R_2 / (k(R_2-R_1))$
Cylindrique	$C = 2\pi\varepsilon_o L / \ln (b/a)$

6.2 DIÉLECTRIQUES

A) Définition : Un diélectrique est un matériau isolant qu'on introduit entre les armatures d'un condensateur afin d'augmenter la capacité de ce dernier.

Expérimentalement, on détermine qu'en introduisant un matériau non conducteur entre les armatures d'un condensateur, sa capacité augmente d'un facteur κ (kappa) (dépendant du matériau utilisé) comparativement à sa capacité sans le diélectrique.

$$C_D = \kappa C_o \qquad \textbf{Capacité d'un condensateur avec diélectrique (6.3)}$$

où : C_D = capacité du condensateur avec diélectrique (F) (farad)
κ = constante diélectrique (propre à chaque matériau) (sans dimension)
C_o = capacité du condensateur sans diélectrique (F) (farad)

Une explication théorique peut également être fournie :

1. L'introduction d'un matériau isolant entre les armatures d'un condensateur a pour effet de diminuer le champ électrique résultant ($\mathbf{E}_D$) comparativement à celui qui existerait sans le diélectrique ($\mathbf{E}_o$). Le diélectrique étant soumis à un champ électrique déjà existant ($\mathbf{E}_o$), une polarisation du matériau se produit et il en résulte que les extrémité du diélectrique deviennent chargées. Ce débalancement des charges induit un champ électrique à l'intérieur du diélectrique qui est de sens contraire à $\mathbf{E}_o$.

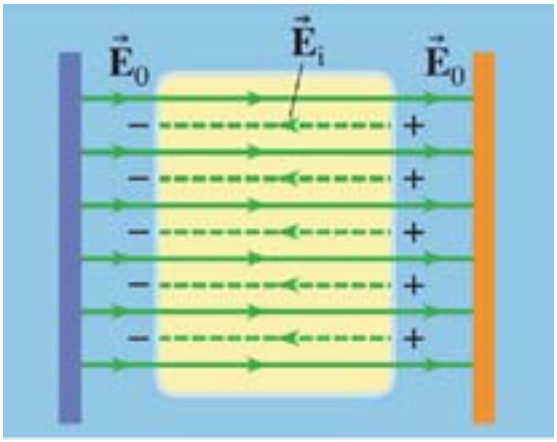


Figure 6.4 Champs électriques entre les armatures d'un condensateur muni d'un diélectrique.

$E_D = E_o - E_i$ ($E_D < E_o$)

$E_D = (1/\kappa)\, E_o$ (avec $\kappa > 1$)

2. Une fois qu'il est montré que le champ électrique avec diélectrique est plus petit que le champ électrique sans diélectrique, on peut procéder mathématiquement :

$$\Delta V_D = -\int_A^B \mathbf{E_D}\cdot d\mathbf{s}$$

$$\Delta V_D = -(1/\kappa)\int_A^B \mathbf{E_o}\cdot d\mathbf{s} \qquad \text{puisque } E_D = (1/\kappa)\,E_o$$

$$\Delta V_D = (1/\kappa)\Delta V_o \qquad \text{puisque } \Delta V_o = -\int_A^B \mathbf{E_o}\cdot d\mathbf{s}$$

$$C_D = Q / \Delta V_D$$

$$C_D = \kappa\, Q / \Delta V_o \qquad \text{puisque } \Delta V_D = (1/\kappa)\Delta V_o$$

$$C_D = \kappa\, C_o \qquad \text{puisque } C_o = Q / \Delta V_o$$

B) Rigidité diélectrique : La rigidité diélectrique correspond au module maximal du champ électrique que peut supporter le matériau avant que celui-ci ne perde ses propriétés isolantes.

Si cette valeur maximale est dépassée, il se produit alors un claquage et une décharge électrique traverse le diélectrique d'une armature à l'autre. Bien qu'un diélectrique soit isolant, s'il est soumis à un champ électrique trop élevé (supérieur à sa rigidité diélectrique), il perd ses propriétés et devient conducteur en laissant passer un courant à l'intérieur de lui.

Vous avez déjà observé ce phénomène lors d'un orage électrique. Lorsque la foudre s'abat sur le sol, c'est que l'air ne peut plus jouer son rôle d'isolant convenablement. Les charges en présence (nuages, sol) finissent par créer un champ électrique supérieur à la rigidité diélectrique de l'air et celui-ci claque en laissant passer une décharge électrique.

Matériau	Constante diélectrique	Rigidité diélectrique (V/m)
Vide	1,000 00	∞
Air	1,000 59	3×10^6
Bakélite	4,9	24×10^6
Quartz fusionné	3,78	8×10^6
Verre pyrex	5,6	14×10^6
Polystyrène	2,56	24×10^6
Teflon	2,1	60×10^6
Néoprène	6,7	12×10^6
Nylon	3,4	14×10^6
Papier	3,7	16×10^6
Titanate de strontium	233	8×10^6
Eau	80	—
Huile de silicone	2,5	15×10^6

Dans le tableau précédent, vous pouvez remarquer que le titanate de strontium a une constante diélectrique très élevée. Il constitue donc un matériau de choix pour réaliser des condensateurs ayant une grande capacité. Pour sa part, le téflon ne permet pas nécessairement une grande capacité, mais supporte un champ électrique très élevé avant de claquer. Le choix du diélectrique dépend donc de ce que l'on veut faire et des conditions auxquelles sera soumis le condensateur que l'on veut créer.

C) Tableau récapitulatif des équations

Type de condensateurs	**Capacité (sans diélectrique)**	**Capacité (avec diélectrique)**
Tous	$C_o = Q_o / \Delta V$	$C_D = Q_D / \Delta V$
Plan	$C_o = \varepsilon_o A / d$	$C_D = \kappa \varepsilon_o A / d$
Sphérique	$C_o = R_1 R_2 / (k(R_2 - R_1))$	$C_D = \kappa R_1 R_2 / (k(R_2 - R_1))$
Cylindrique	$C_o = 2\pi\varepsilon_o L / \ln (b/a)$	$C_D = \kappa 2\pi\varepsilon_o L / \ln (b/a)$

6.3 CONDENSATEURS EN SÉRIE ET EN PARALLÈLE

Cette partie est clairement expliquée au chapitre 5.2 du Benson. Je vous invite donc à le consulter pour savoir comment additionner des condensateurs en série et d'autres en parallèle.

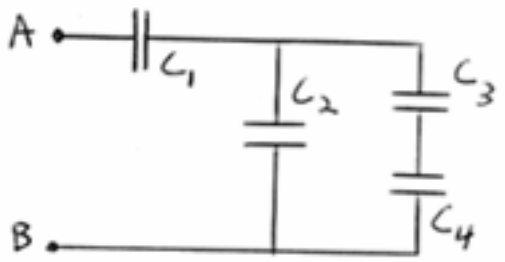
$$C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N \qquad \textbf{C}_{\textbf{éq}} \textbf{ en parallèle (6.4)}$$

$$C_{éq} = (C_1^{-1} + C_2^{-1} + C_3^{-1} + \ldots + C_N^{-1})^{-1} \qquad \textbf{C}_{\textbf{éq}} \textbf{ en série (6.5)}$$

Note : La forme des équations pour les capacités équivalentes est l'inverse de celles vues pour les résistances équivalentes.

Des condensateurs en série portent la même charge, alors que des condensateurs en parallèle possèdent la même différence de potentiel à leurs bornes.

Exemple 6.1 : Déterminez la charge Q_3 portée sur C_3 et la différence de potentiel ΔV_2 aux bornes de C_2 dans le circuit suivant : (on donne C_1 = 4 μF, C_2 = 2 μF, C_3 = 24 μF, C_4 = 8 μF et ΔV_{AB} = 36 V)



⑤ $C_{3,4} = \dfrac{Q_{3,4}}{\Delta V_{3,4}}$

$6 \times 10^{-6} = \dfrac{Q_{3,4}}{12}$

$\boxed{Q_{3,4} = 7,2 \times 10^{-5}\,C} = Q_3 = Q_4$

④ $C_{2,3,4} = \dfrac{Q_{2,3,4}}{\Delta V_{2,3,4}}$

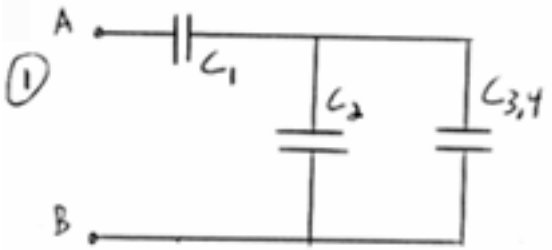
$8 \times 10^{-6} = \dfrac{9,60 \times 10^{-5}}{\Delta V_{2,3,4}}$

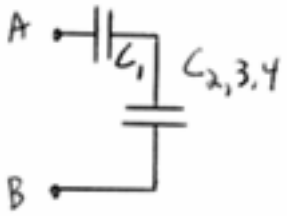
$\boxed{\Delta V_{2,3,4} = 12\,V} = \Delta V_2 = \Delta V_{3,4}$

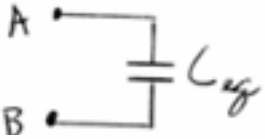
③ $C_{eq} = \dfrac{Q_{eq}}{\Delta V_{eq}}$

$2,67 \times 10^{-6} = \dfrac{Q_{eq}}{36}$

$\boxed{Q_{eq} = 9,60 \times 10^{-5}\,C} = Q_1 = Q_{2,3,4}$







② $C_{3,4} = \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{8}\right)^{-1} = 6\,\mu F$

$C_{2,3,4} = 2 + 6 = 8\,\mu F$

$C_{eq} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)^{-1} = 2,67 \times 10^{-6}\,F$

Note : Pour résoudre ce problème, il s'agit de simplifier le circuit (étape 1), de calculer la capacité équivalente (étape 2), puis d'utiliser l'équation C = Q / ΔV pour calculer les valeurs manquantes à chaque étape du schéma du circuit simplifié (en partant de la fin jusqu'au circuit initial). Connaissant $\Delta V_{AB} = \Delta V_{eq}$, nous pouvons calculer Q_{eq} , qui est égale à Q_1 et $Q_{1,2,3}$, puisque C_{eq} est constitué de ces deux condensateurs en série (ils portent donc la même charge). Le même principe s'applique pour des condensateurs en parallèle (même différence de potentiel).

6.4 CIRCUITS RC

Cette partie est clairement expliquée au chapitre 7.5 du Benson. Je vous invite donc à le consulter pour en savoir plus sur la charge et la décharge d'un condensateur dans un circuit RC.

$$Q(t) = Q_o \left(1 - e^{-t / RC} \right)$$ **Charge d'un condensateur (6.6)**

où : Q(t) = charge du condensateur à un temps t (C) (coulomb)

$Q_o = C\xi$ = charge maximale du condensateur (C) (coulomb) (ξ = f.é.m. de la pile)

t = temps (s)

R = résistance (Ω) (ohm)

C = capacité (F) (farad)

$$Q(t) = Q_o \, e^{-t / RC}$$ **Décharge d'un condensateur (6.7)**

où : Q(t) = charge du condensateur à un temps t (C) (coulomb)

$Q_o = C\xi$ = charge maximale du condensateur (C) (coulomb) (ξ = f.é.m. de la pile)

t = temps (s)

R = résistance (Ω) (ohm)

C = capacité (F) (farad)

$$I(t) = I_o \, e^{-t / RC}$$ **Courant lors de la charge et de la décharge (6.8)**

où : I(t) = courant à un temps t (A) (ampère)

I_o = courant maximal dans le circuit (A) (ampère)

t = temps (s)

R = résistance (Ω) (ohm)

C = capacité (F) (farad)

$$\tau = RC$$ **Constante de temps (6.9)**

où : τ = constante de temps (s)

R = résistance (Ω) (ohm)

C = capacité (F) (farad)

$$T_{1/2} = RC \ln 2$$ **Demi-vie (6.10)**

où : $T_{1/2}$ = demi-vie (s)

R = résistance (Ω) (ohm)

C = capacité (F) (farad)

La constante de temps est caractéristique d'un circuit RC. Elle nous renseigne avec quelle rapidité un condensateur se chargera ou se déchargera dans un circuit donné. Plus la constante de temps est élevée, plus le condensateur sera lent à se charger (ou à se décharger). Elle correspond au temps pris par le condensateur pour que sa charge chute à 37 % (perte de 63 %) de sa charge initiale (en mode de décharge) ou pour que sa charge atteigne 63 % (il reste 37 % à charger) de sa valeur finale (en mode de charge).

$$Q(t) = Q_o \, e^{-t / RC}$$

$$Q(\tau = RC) = Q_o \, e^{-RC / RC} = Q_o \, e^{-1} = 0{,}37 \, Q_o$$

$$Q(t) = Q_o \, (1 - e^{-t / RC})$$

$$Q(\tau = RC) = Q_o \, (1 - e^{-RC/ RC}) = Q_o \, (1 - e^{-1}) = 0{,}63 \, Q_o$$

Pour sa part, la demi-vie représente le temps nécessaire pour que la charge chute à 50 % de sa valeur initiale (ou atteigne 50 % de sa valeur finale).